

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Ι

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2019

Πέμπτη 24 Μαΐου 2019

ΘΕΜΑ Α

A1. Ορισμός ολοθ. βιβλίο (Σελ. 82)

A2. $\alpha \rightarrow \Sigma$

$\beta \rightarrow \Sigma$

$\gamma \rightarrow \Lambda$

$\delta \rightarrow \Sigma$

$\varepsilon \rightarrow \Sigma$

A3. α)
$$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha$$

β)
$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) \text{ (Κανόνος αλυσίδας)}$$

γ)
$$\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΤΕΧΝΙΚΟ" Παπαναστάσιου 63-ΛΑΡΙΣΑ

ΘΕΜΑ Β

x_i	v_i	N_i	$f_i \%$	$x_i \cdot v_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	2 $\xrightarrow{k} 3$	18	12	12
5	2+1 $\xrightarrow{7}$	25	28	35
Σύνολα	25	X	100	75

B1. $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = v \Leftrightarrow 6 + 5 + 4 + k + 2k + 1 = 25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3k = 25 - 16 \Leftrightarrow 3k = 9 \Leftrightarrow \boxed{k = 3}$

B2. $f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{6}{25} = \frac{24}{100} = 0,24 \approx 24\%$

(ομοίως κ' τα υπολοιπα)

B3. $\bar{x} = \frac{75}{25} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 3}$

$v = 25$ (περιπτώς) Μέγιστ: 13η Από στ'ημ $N_i \rightarrow \boxed{\delta = 3}$

B4. Τουλάχιστον 3 ώρες $\rightarrow f_3\% + f_4\% + f_5\% = \underline{\underline{56\%}}$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΤΕΧΝΙΚΟ" Παπαναστάσιου 63-ΛΑΡΙΣΑ

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\alpha x^2 + \beta x) = \alpha \cdot 1^2 + \beta \cdot 1 = \underline{\alpha + \beta}$$

$$\Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3})^2 - 2^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x+3}+2) = \sqrt{1+3}+2 = 2+2 = \underline{4}$$

$\Gamma 3.$ Η f συνεχής στο $x=1$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow \alpha + \beta = 4$$

Η f διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2) \rightarrow f(-1) = 2 \quad (2)$

$$(2) \Rightarrow \alpha \cdot (-1)^2 + \beta \cdot (-1) = 2 \Rightarrow \alpha - \beta = 2$$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\alpha - \beta = 2 \quad (+)$$

$$2\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 3$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha = 4 - 3 \Rightarrow \beta = 1$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΤΕΧΝΙΚΟ" Παπαναστάσιου 63-ΛΑΡΙΣΑ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$\hookrightarrow F(x) = 3 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} - x + c \Rightarrow F(x) = \underline{\underline{x^3 - x^2 - x + c}}$

$F(0) = 1 \Rightarrow 0^3 - 0^2 - 0 + c = 1 \Rightarrow \underline{\underline{c = 1}}$

Άρα $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

Δ2. $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

$\hookrightarrow F'(x) = f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$f(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$F'(x)$	+	0	-	0
$F(x)$	↗	↘	↗	
		Τ.Μ.	Τ.Ε.	

Στο $(-\infty, -\frac{1}{3}]$ η f είναι γν. αύξουσα.
 Στο $[-\frac{1}{3}, 1]$ η f είναι γν. φθίνουσα.
 Στο $[1, +\infty)$ η f είναι γν. αύξουσα.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΤΕΧΝΙΚΟ" Παπαναστάσιου 63-ΛΑΡΙΣΑ

$$\textcircled{\text{T.M.}} \rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \underline{\underline{\frac{32}{27}}}$$

$$\textcircled{\text{T.E.}} \rightarrow f(1) = 1^3 - 1^2 - 1 + 1 = \underline{\underline{0}}$$

$\Delta 3.$ Στο $[1, +\infty)$ η $F(x)$ είναι γν. αύξουσα
 Άρα και στο $[2011, 2012]$ η F είναι γν. αύξουσα.

Ισχύει: $2011 < 2012 \xrightarrow{F} \boxed{F(2011) < F(2012)}$

$\Delta 4.$ $E = \int_0^1 |f(x)| dx$

Η $f(x) = 3x^2 - 2x - 1 < 0$ στο $[0, 1]$ (από ερώτημα $\Delta 2$)

$$\text{Άρα } E = - \int_0^1 f(x) dx = - [F(x)]_0^1 = - (F(1) - F(0)) =$$

$$= - (0 - (0^3 - 0^2 - 0 + 1)) = - (-1) = \underline{\underline{1 \text{ τ.μ.}}}$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΤΕΧΝΙΚΟ" Παπαναστάσιου 63-ΛΑΡΙΣΑ