

ΛΥΣΕΙΣ (ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ) ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι (ΕΠΑ.Λ. Α' ΟΜΑΔΑ)

ΘΕΜΑ Α

- A₁** Ορίσθεις Σ₂. 84
- A₂** α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ
- A₃** α) $(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$
- β) $(\sin x)' = \cos x$
- δ) $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = 0$

ΘΕΜΑ Β

B₁ $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4} = \dots = \frac{0}{0}$ (Αηροσδ.)

Παραγοντοποίηση Αριθμητή: $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(x-4)(x-3)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} (x-3) = 4-3 = \underline{\underline{1}}$$

B₂ $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \left(\frac{x-4}{\sqrt{x-2}} - 3 \right) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-4}{\sqrt{x-2}} - 3 =$

$$= \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x-4)(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} - 3 = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x-4)(\sqrt{x+2})}{(x-2) - 2^2} - 3 =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x-4)(\sqrt{x+2})}{x-4} - 3 = \lim_{x \rightarrow 4^+} (\sqrt{x+2}) - 3 = \sqrt{4+2} - 3 =$$

$$= 2 + 2 - 3 = 4 - 3 = \underline{\underline{1}}$$

B₃ Η f συνεχής στο $x=4$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) \quad \textcircled{1}$$

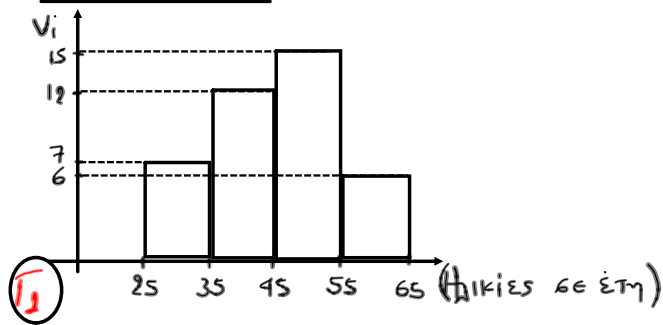
$$f(4) = \alpha$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \alpha = 1$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΘΕΜΑ Γ



x_i	k_i	v_i	$k_i \cdot v_i$	N_i	$f_i\%$
[25,35)	30	7	210	7	17,5
[35,45)	40	12	480	19	30
[45,55)	50	15	750	34	37,5
[55,65)	60	6	360	40	15
Σύνολα	X	40	1800	X	100

$$f_1 = \frac{v_1}{V} = \frac{7}{40} = \frac{3,5}{20} = \frac{17,5}{100} = 0,175$$

$$f_2 = \frac{v_2}{V} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = \frac{15}{100} = 0,15$$

(ομοίως ιστά υπόλοιπα)

$$\bar{x} = \frac{1800}{40} = \frac{90}{2} \Rightarrow \bar{x} = 45$$

Γ₃ Το ημίθλος των εργαζομένων που είναι τουλάχιστον 45 ετών:

$$v_3 + v_4 = 21 \text{ εργαζόμενοι}$$

Γ₄ Το ποσοστό των εργαζομένων που είναι κάτω των 35 ετών;

$$f_1 = 0,175 \text{ ή } 17,5\%$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta_2 \quad f'(x) = (x^3)' - (6x^2)' + (9x)' + (1)' = 3x^2 - 12x + 9 + 0 =$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow		\searrow		\nearrow
		Τ.Μ.	Τ.Ε.		

Η f είναι γν. αύξουσα

στα $(-\infty, 1]$ & $[3, +\infty)$

Η f είναι γν. φθίνουσα

στο $[1, 3]$

$$\Delta_3 \quad \text{T.Μ.} \quad f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 1 = 1 - 6 + 9 + 1 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$\text{T.Ε.} \quad f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 1 = 27 - 54 + 27 + 1 \Rightarrow f(3) = 1$$

$$\Delta_3 \quad J = \int_1^3 f'(x) dx = [f(x)]_1^3 = f(3) - f(1) = 1 - 5 = -4$$

$$\Delta_4 \quad \text{Παρατηρώ ότι } g(x) = 3x^2 - 12x + 9 = f'(x)$$

Στο $[0, 1]$ η $f'(x) > 0$

Στο $[1, 3]$ η $f'(x) < 0$

$$\text{Άρα } E = \int_0^3 |g(x)| dx = \int_0^1 |g(x)| dx + \int_1^3 |g(x)| dx =$$

$$= \int_0^1 g(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = \int_0^1 f'(x) dx - \int_1^3 f'(x) dx =$$

$$= [f(x)]_0^1 - [f(x)]_1^3 = f(1) - f(0) - (f(3) - f(1)) =$$

$$= 5 - (0^3 - 6 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 + 1) - (1 - 5) =$$

$$= 5 - 1 - (-4) = 5 - 1 + 4 = 8 \text{ Τ.Μ.}$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΘΕΜΑΤΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ε. ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ

Τα θέματα λύθηκαν σε διαδραστικό πίνακα

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΤΕΧΝΙΚΟ" Παπαναστασίου 63-ΛΑΡΙΣΑ