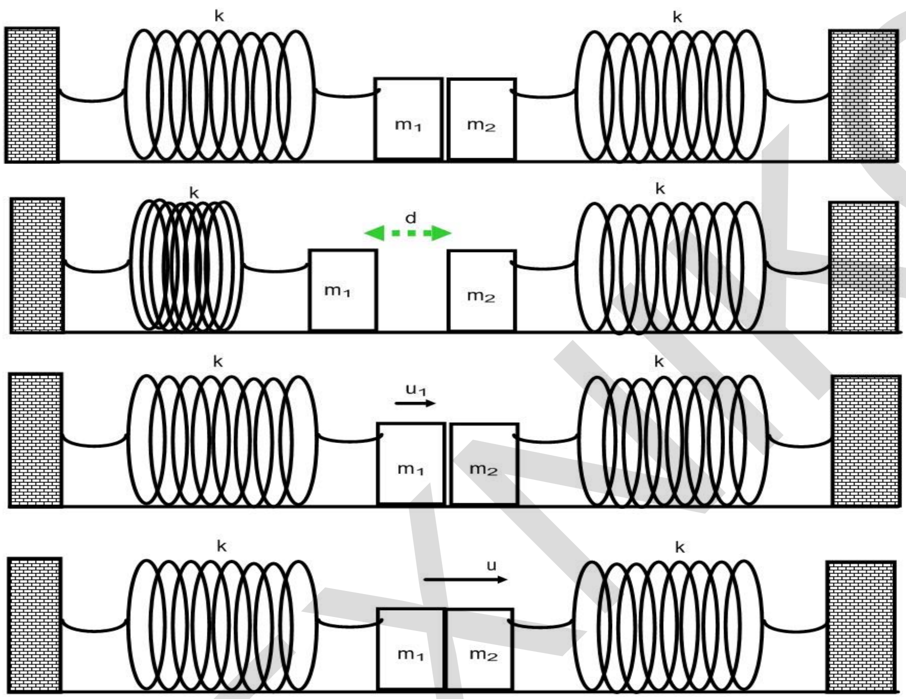
ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΤΑΞΗΣ Β' ΟΜΑΔΑΣ ΕΠΑ.Λ. (ΗΜΕΡΗΣΙΑ) 2014

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ) **Α2.** β) **Α3.** γ) **Α4.** β) **Α5.** α)→Σ β)→Σ γ)→Λ δ→Λ ε)→Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Όταν το σώμα m_1 φτάνει στην θέση ισορροπίας (θέση φυσικού μήκους) έχει μέγιστη ταχύτητα $u_{MAX} = \omega \cdot A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_1$

Στη μελέτη της πλαστικής κρούσης θα έχουμε:

$$P_{ολ(αρχ.)} = P_{ολ(τελ.)} \Rightarrow m \cdot u_1 = (m+m) \cdot u \Rightarrow m \cdot u_1 = 2m \cdot u \Rightarrow u = \frac{u_1}{2}$$

Σε εκείνη τη θέση πάλι έχουμε μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης του συσσωματώματος, οπότε θα έχουμε:

$$u = \omega' \cdot A_2 \Rightarrow \frac{u_1}{2} = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \cdot A_2 \Rightarrow u_1 = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_1 = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 \Rightarrow A_1 = 2A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (iii).

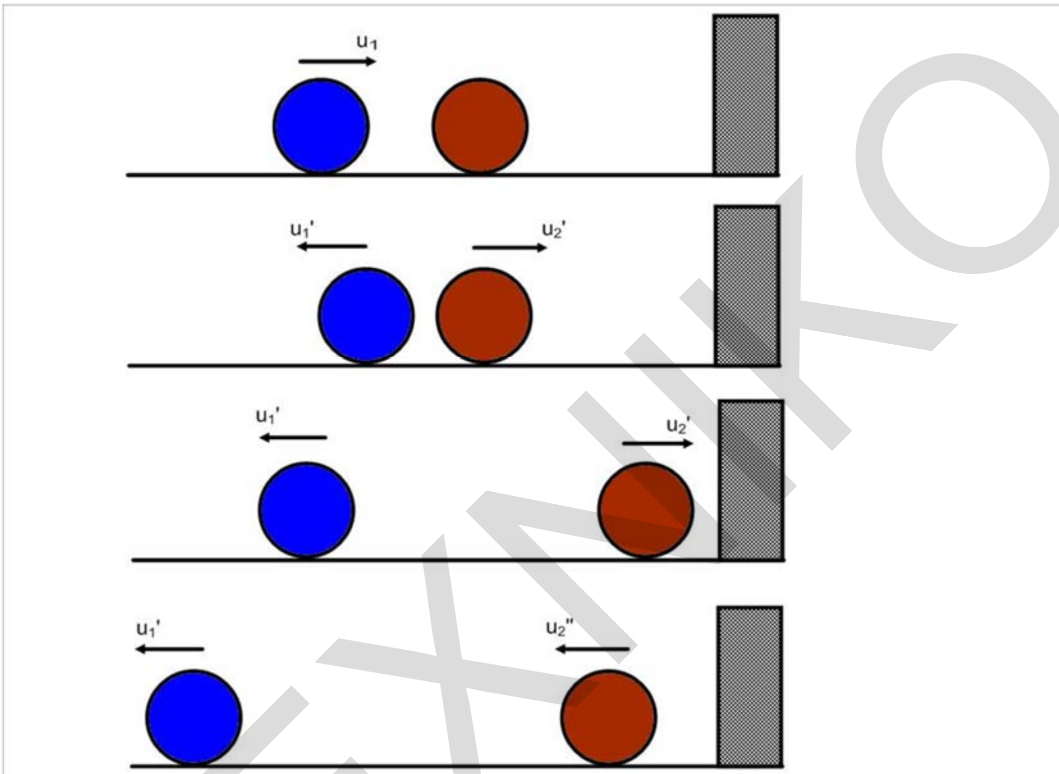
Β2. Είναι $T_\Delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \overset{f_1 > f_2}{=} \frac{1}{f_1 - f_2} = 2$ sec.

Από την εκφώνηση $T_{\Delta} = 200T \Rightarrow 2 = 200 \cdot \dfrac{1}{\dfrac{f_1 + f_2}{2}} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200$

$\begin{cases} f_1 + f_2 = 200 \\ f_1 - f_2 = 0,5 \end{cases} \Rightarrow 2f_1 = 200,5 \Rightarrow f_1 = 100,25$ Hz. $\qquad f_2 = 200 - 100,25 \Rightarrow f_2 = 99,75$ Hz.

Άρα σωστή απάντηση είναι η (ii).

Β3.



Από την μελέτη της ελαστικής κρούσης των 2 μαζών θα προκύψουν οι παρακάτω τιμές για τις ταχύτητες:

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + 0 \Rightarrow u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1$$

$$u_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 = 0 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 \Rightarrow u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1$$

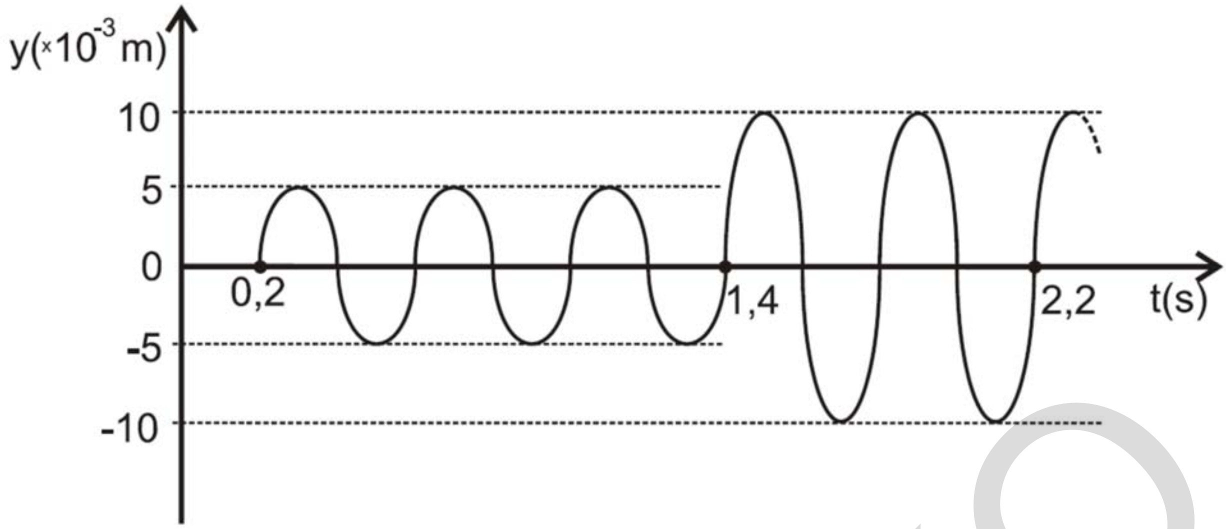
Η κρούση της m_2 με τον τοίχο είναι ελαστική, οπότε: $u_2'' = -u_2' = -\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1$.

Για να παραμένει σταθερή η απόσταση μεταξύ των 2 μαζών θα πρέπει να κινούνται με την ίδια ταχύτητα

$$u_2'' = u_1' \Rightarrow -\frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 \Rightarrow -2m_1 = m_1 - m_2 \Rightarrow m_2 = m_1 + 2m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (iii).

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Από την γραφική παράσταση προκύπτει ότι:

$$3T = 1{,}4 - 0{,}2 = 1{,}2 \Rightarrow T = \frac{1{,}2}{3} = 0{,}4 \text{ sec.}$$

Ο χρόνος που χρειάζεται για να ενεργοποιηθεί το σημείο Σ από το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π_2 είναι 0,2sec. Συνεπώς: $r_2 = u \cdot 0{,}2 = 5 \cdot 0{,}2 \Rightarrow r_2 = 1$ m.

Ο χρόνος που χρειάζεται για να ενεργοποιηθεί το σημείο Σ από το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π_1 είναι 1,4sec. Συνεπώς: $r_1 = u \cdot 1{,}4 = 5 \cdot 1{,}4 \Rightarrow r_1 = 7$ m.

Γ2. Το μήκος κύματος των δύο κυμάτων είναι: $\lambda = u \cdot T = 5 \cdot 0{,}4 = 2$ m.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης θα αποτελείται από τρεις περιπτώσεις:

Για $t \le 0{,}2$ sec θα είναι $y = 0$

Για $0{,}2 \le t \le 1{,}4$ sec θα είναι :

$$y = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}4} - \frac{1}{2}\right) = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu\left(5\pi t - \pi\right) \text{ (S.I.)}$$

Για $t \ge 1{,}4$ sec θα είναι:

$$y = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi\left|r_1 - r_2\right|}{2\lambda} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) = 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu \frac{12\pi}{4} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}4} - \frac{8}{4}\right) =$$

$$= 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 3\pi \eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - 2\right)$$

Γ3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε τον τύπο:

$$E = U + K \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot D \cdot A'^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot y_1^2$$

$$u_1 = \omega \cdot \sqrt{A'^2 - y_1^2} = \frac{2\pi}{T} \cdot \sqrt{\left(10 \cdot 10^{-3}\right)^2 - \left(5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}\right)^2} \Rightarrow u_1 = 5\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 25\pi \cdot 10^{-3} \text{ m/sec}$$

Γ4. Η μέγιστη κινητική ενέργεια πριν αλλάξει η συχνότητα είναι:

$$K_1=\frac{1}{2}\cdot m\cdot u_{max}{}^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot \omega^2\cdot A'^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot(5\pi)^2\cdot\left(10\cdot 10^{-3}\right)^2 \quad \text{όπου } A'=2A=10\cdot 10^{-3}\ \text{m}.$$

Όταν αλλάζει η συχνότητα, αλλάζει και το μήκος κύματος (η ταχύτητα παραμένει σταθερή αφού δεν αλλάζουμε μέσο διάδοσης). $\lambda'=u\cdot T'=u\cdot\frac{1}{f'}=u\cdot\frac{1}{\frac{10}{9}\cdot f}=5\cdot\frac{1}{\frac{10}{9}\cdot\frac{1}{0,4}}=\frac{18}{10}\Rightarrow\lambda=1,8$ m.

Το πλάτος θα γίνει: $A_{\tau\epsilon\lambda.}=2\cdot A\cdot\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi|r_1-r_2|}{2\lambda'}\right|=2A\cdot\left|\sigma\upsilon\nu\frac{10\pi}{3}\right|=2A\cdot\left|-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\right|=2A\cdot\frac{1}{2}=A$.

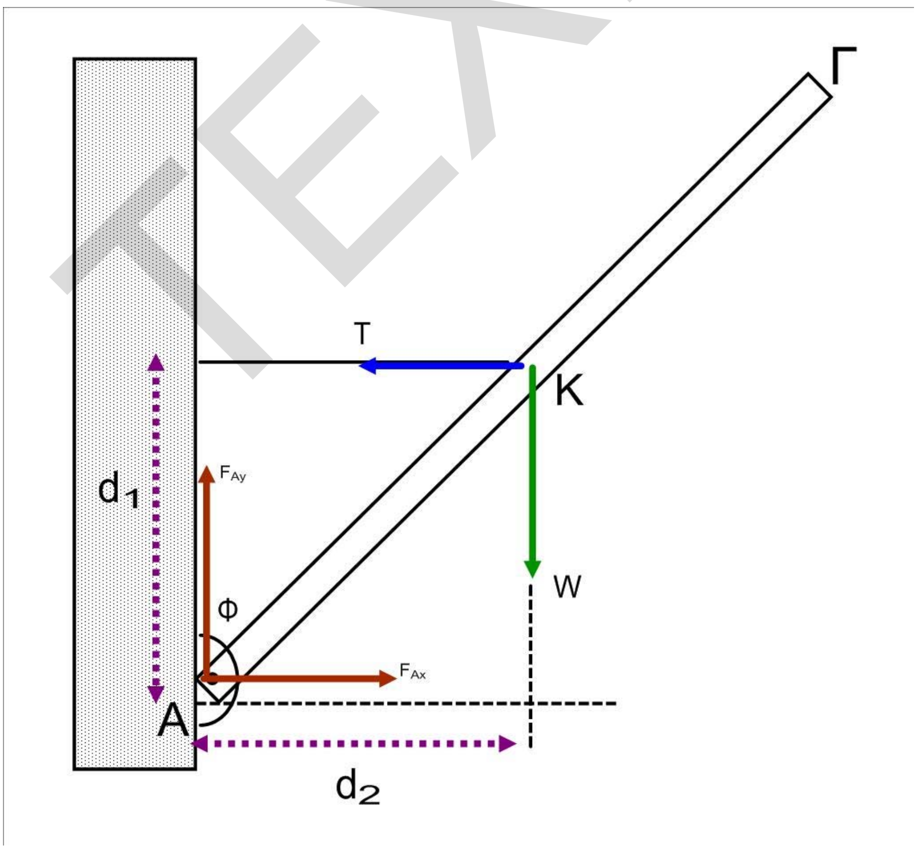
Άρα η μέγιστη κινητική ενέργεια μετά την αλλαγή της συχνότητας θα είναι:

$$K_2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot u_{max}{}'^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\omega'^2\cdot A_{\tau\epsilon\lambda.}{}^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(2\pi\cdot\frac{10}{9}\cdot 2,5\right)^2\cdot\left(5\cdot 10^{-3}\right)^2$$

Άρα ο λόγος θα είναι: $\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}\cdot m\cdot 25\pi^2\cdot\left(10\cdot10^{-3}\right)^2}{\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(\frac{50\pi}{9}\right)^2\cdot\left(5\cdot10^{-3}\right)^2}=\frac{25\pi^2\cdot10^{-4}}{\frac{2500\pi^2}{81}\cdot 25\cdot10^{-6}}=\frac{81}{25}\cdot\frac{25\pi^2\cdot10^{-4}}{25\pi^2\cdot10^{-4}}=\frac{81}{25}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Από την ισορροπία της ράβδου θα έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(A)}=0\Rightarrow T\cdot d_1-W\cdot d_2=0\Rightarrow T\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi-M\cdot g\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\eta\mu\varphi=0\Rightarrow$$

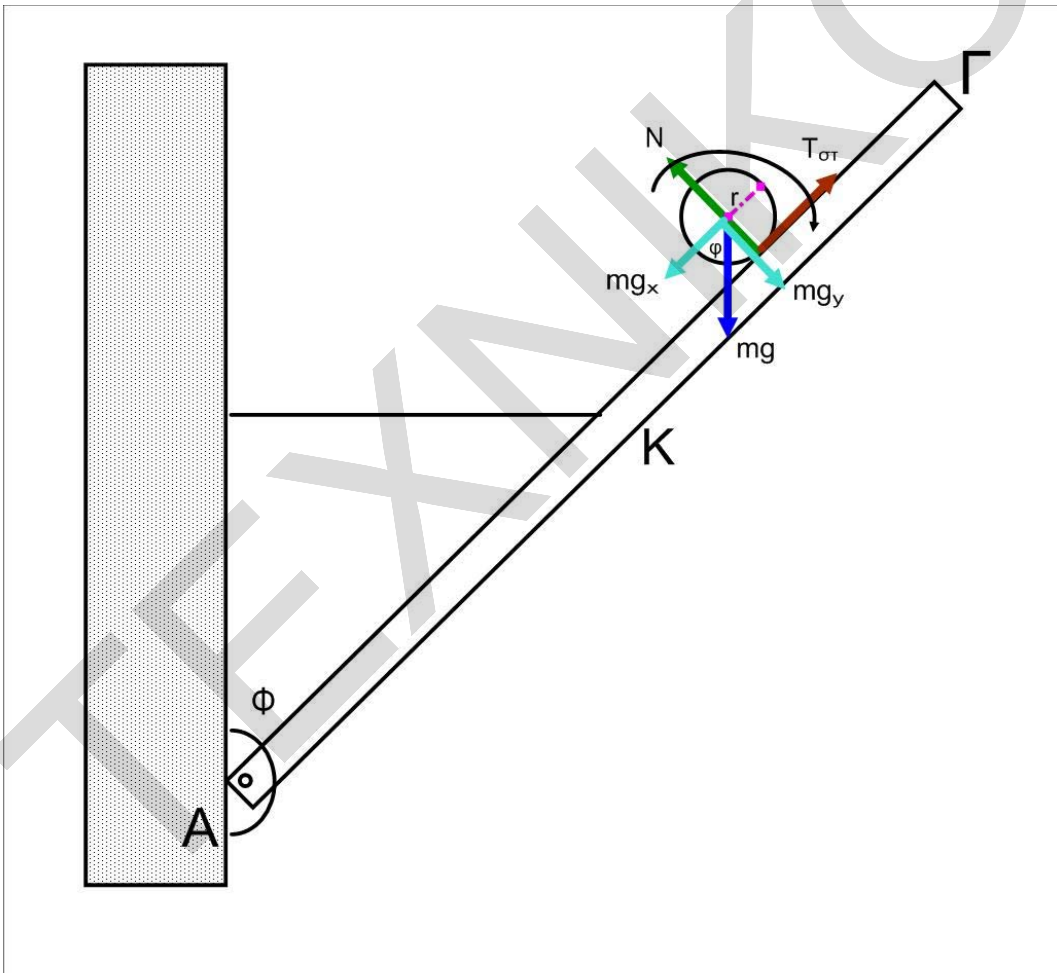
$$\Rightarrow T\cdot\frac{2}{2}\cdot 0{,}8=5{,}6\cdot 10\cdot\frac{2}{2}\cdot 0{,}6\Rightarrow T=42N$$

$$\Sigma F_x=0\Rightarrow F_{Ax}=T\Rightarrow F_{Ax}=42N$$

$$\Sigma F_y=0\Rightarrow F_{Ay}=W=M\cdot g\Rightarrow F_{Ay}=5{,}6\cdot 10\Rightarrow F_{Ay}=56N$$

Άρα $F_A=\sqrt{F_{Ax}{}^2+F_{Ay}{}^2}=\sqrt{42^2+56^2}=70N$ Με διεύθυνση ως προς τον άξονα x: $\varepsilon\varphi\theta=\frac{F_{Ay}}{F_{Ax}}=\frac{56}{42}=\frac{4}{3}$

Δ2.



Από την μελέτη της στροφικής κίνησης της σφαίρας (θεμελιώδης νόμος στροφικής κίνησης), έχουμε:

$$\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow -T_{\sigma\tau}\cdot r=\frac{2}{5}\cdot m\cdot r^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow -T_{\sigma\tau}=\frac{2}{5}\cdot m\cdot r\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow T_{\sigma\tau}=-\frac{2}{5}\cdot m\cdot\alpha_{cm}$$

Επειδή η σφαίρα κυλάει χωρίς να ολισθαίνει θα ισχύει: $\alpha_{cm}=r\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$

Από την μελέτη της μεταφορικής κίνησης της σφαίρας (2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα), έχουμε:

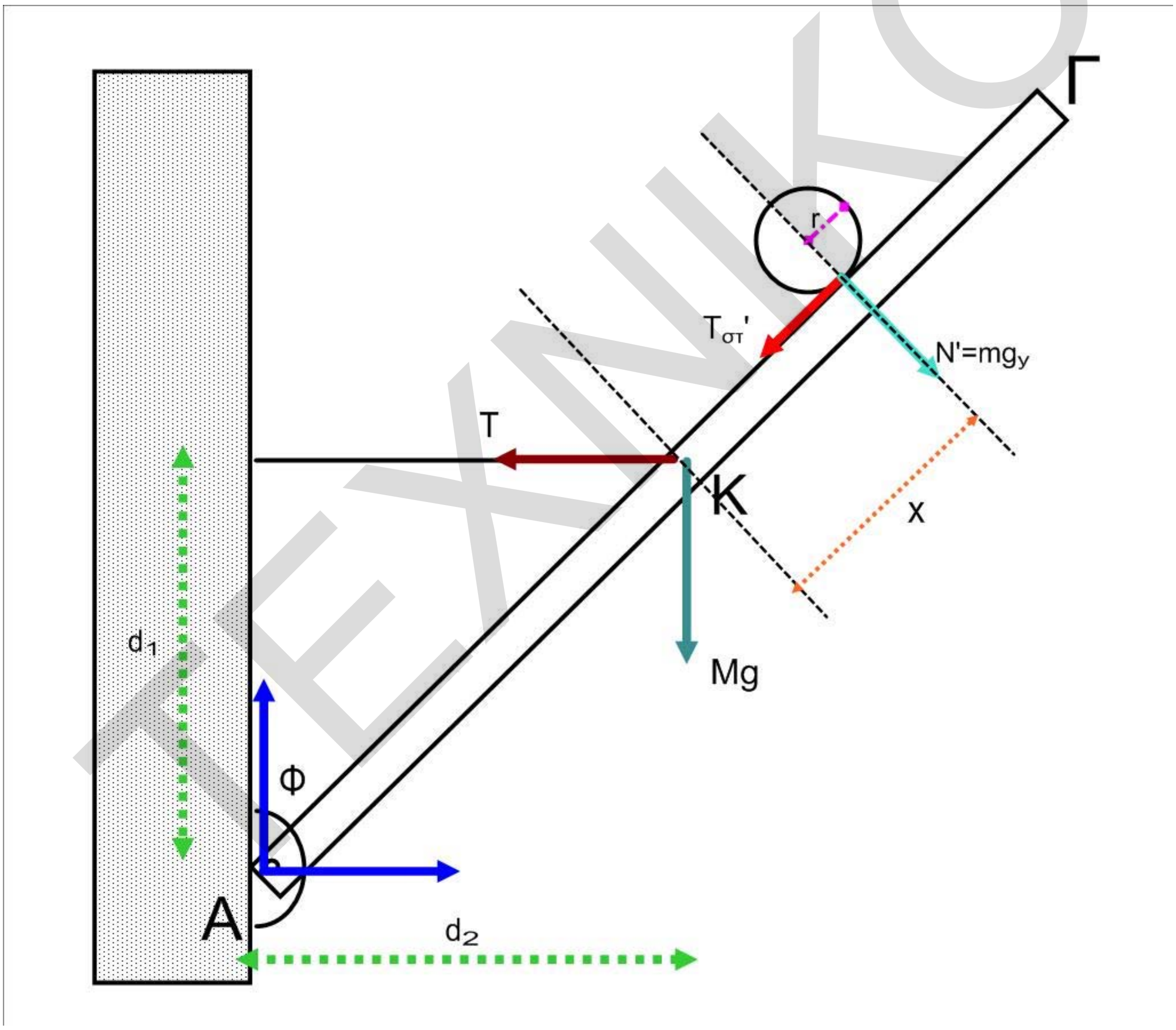
$$\Sigma F_x = m\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} - m\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow -\frac{2}{5}\cdot m\cdot\alpha_{cm} - m\cdot g\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = m\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0,4\cdot 10\cdot 0,8 = 0,4\cdot\alpha_{cm} + \frac{2}{5}\cdot 0,4\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow -3,2 = 0,4\cdot\alpha_{cm} + 0,16\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow -3,2 = 0,56\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = -\frac{3,2}{0,56} = -\frac{320}{56} = -\frac{40}{7}\ \ m/sec^2$$

Το (-) σημαίνει ότι έχουμε επιβράδυνση. Άρα $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{|\alpha_{cm}|}{r} = \frac{\frac{40}{7}}{\frac{1}{70}} = \frac{40\cdot 70}{7} = 400\ \ rad/sec^2$.

Δ3.

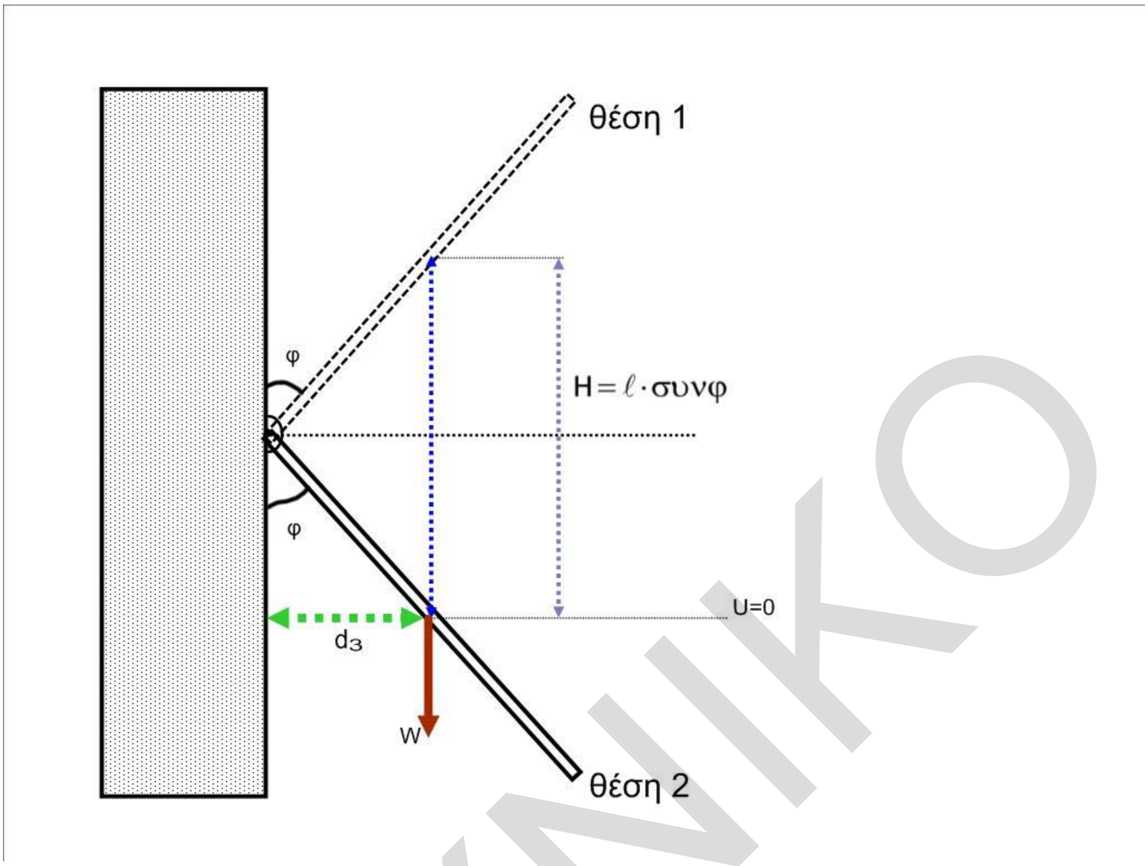


Η ραβδος ισορροπεί , οπότε: $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_T + \tau_W + \tau_{N'} = 0 \Rightarrow T\cdot d_1 - W\cdot d_2 + N'\cdot\left(\frac{\ell}{2} + x\right) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi - M\cdot g\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\eta\mu\varphi - m\cdot g_y\cdot\left(\frac{\ell}{2} + x\right) = 0 \Rightarrow T\cdot\frac{2}{2}\cdot 0,8 - 5,6\cdot 10\cdot\frac{2}{2}\cdot 0,6 = 0,4\cdot 10\cdot 0,6\cdot\left(\frac{2}{2} + x\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}8T = 33{,}6 + 2{,}4x + 2{,}4 \Rightarrow T = \frac{36 + 2{,}4x}{0{,}8} \Rightarrow T = 45 + 3x \ \ \text{(S.I.)}$$

Δ4.



Παίρνοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για τις θέσεις 1 και 2, θα έχουμε:

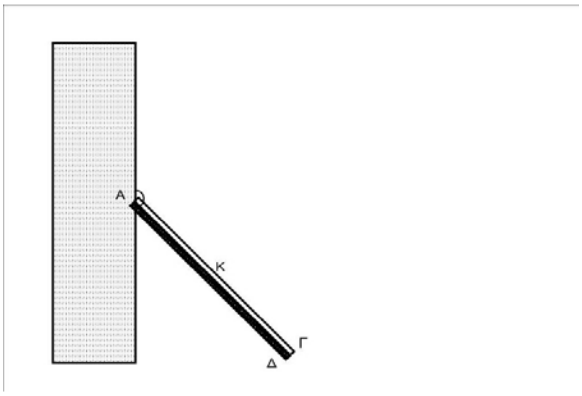
$$(U+K)_{\alpha\rho\chi.} = (U+K)_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow M \cdot g \cdot H + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \Rightarrow 5{,}6 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot M \cdot \ell^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{1}{6} \cdot 2^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow \frac{16 \cdot 6}{4} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{24} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{6} \ \text{rad/sec.}$$

Επομένως ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας (που είναι η ισχύς) στη θέση 2 θα είναι:

$$\frac{dK}{dt} = P_{\tau W} = \tau_W \cdot \omega = W \cdot d_3 \cdot \omega = M \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \eta\mu\varphi \cdot \omega = 5{,}6 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 2\sqrt{6} = 67{,}2\sqrt{6} \ \ {}^{J}\!/_{sec}$$

Δ5.



Παίρνοντας την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής για την σύγκρουση των δύο ράβδων, θα έχουμε:

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot M \cdot \ell^2 \cdot \omega =$$

$$= \left(\frac{1}{3} \cdot M \cdot \ell^2 + \frac{1}{3} \cdot 3M \cdot \ell^2 \right) \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\cdot M\cdot \ell^2\cdot\omega=\frac{4}{3}\cdot M\cdot \ell^2\cdot\omega' \Rightarrow \omega=4\omega' \Rightarrow \omega'=\frac{\omega}{4}$$

Η απώλεια ενέργειας θα είναι:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda.}=K_{\alpha\rho\chi.}-K_{\tau\varepsilon\lambda.}=\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2-\frac{1}{2}\cdot I'\cdot\omega'^2=\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot I\cdot\left(\frac{\omega}{4}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2$$

Άρα το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας θα είναι ίσο με:

$$\Pi\%_{\alpha\pi\omega\lambda.}=\frac{E_{\alpha\pi\omega\lambda.}}{K_{\alpha\rho\chi.}}\cdot 100\%=\frac{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2}{\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2}\cdot 100\%=\frac{3}{4}\cdot 100\%=75\%$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΛΥΣΗΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: ΘΕΟΔΩΡΟΣ ΚΑΚΑΡΔΑΚΟΣ